

航天器动量轮卸载计算等效加速度的误差分析

张 宇

(北京航天飞行控制中心)

摘 要 评估航天器动量轮卸载对其轨道的影响,通常将其发动机的喷气推力转化为对航天器的冲量,以其等效加速度作为航天器摄动信息进行计算。整个过程是连续或者分段连续的,由于只能得到离散的发动机遥测参数,因此计算并非便捷。经比较全面地对计算等效加速度影响的相关参数(包括质量、卸载持续时间和发动机安装角度等)进行误差分析,可为精确计算航天器的动量轮卸载引起的等效作用提供参考依据。

关键词 航天器动量轮卸载 质量 等效加速度 卸载持续时间 发动机安装角度

1 引言

航天器在空间运行时由于内部或者外部的摄动力会增加其动量矩,为了防止动量矩对航天器姿态的影响,经常会通过安装在航天器内部的动量轮的加速或者减速来吸收航天器的动量矩,但是动量轮在朝一个方向加速或偏转以克服某一方向的非周期性扰动时,飞轮始终要达到它的最大允许转速。这时就需要喷气发动机工作,把飞轮中的动量矩卸到系统的外部,但是喷气的同时也会影响航天器轨道,给航天器本身增加一个等效加速度,这就是本文计算的等效加速度。

2 动量轮卸载计算等效加速度模型

在航天器的动量轮卸载时,发动机喷气,根据牛顿力学:

$$\vec{F} \cdot t = \Delta \vec{v} = m \cdot \Delta T_{sp} \cdot \vec{a} \quad (1.1)$$

其中, \vec{F} 为发动机推力, m 为航天器质量, $\Delta \vec{v}$ 为等效速度增量,方向与发动机推力方向相同, ΔT_{sp} 为卸载持续时间, \vec{a} 为等效加速度,方向与推力相同。

发动机喷气产生的推力:

$$\vec{F} = \Delta T_d \cdot \vec{f}_{bo} \quad (1.2)$$

ΔT_d 为某个方向上发动机喷气时间累计, f_{bo} 为本体系下 10N 发动机喷气,方向为推力器喷管轴线与坐标轴夹角余弦的反方向的推力。

由式(1.1)和式(1.2)可得动量轮卸载的等效加速度:

$$\vec{a}_{bo} = \frac{\Delta T_d \cdot \vec{f}_{bo}}{m \cdot \Delta T_{sep}} \quad (1.3)$$

$\vec{a}_{bo} = [a_1, a_2, a_3]$, 其中, a_1, a_2, a_3 分别为本体系下推力的分量;

$$\vec{f}_{bo} = [f_1 f_2 f_3] = F \cdot C_{1 \times 3} = F \cdot T_{1 \times 6} \cdot B_{6 \times 3} \quad (1.4)$$

其中, F 为定值 10N, $T_{1 \times 6} = (\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3, \Delta t_4, \Delta t_5, \Delta t_6)$, 表示 6 个发动机遥测数据采样点的喷气时间变化, $B_{6 \times 3} = b_{ij}$ 为一转换矩阵,其中 $i=1, 2, \dots, 6$, 表示发动机标号, $j=1, 2, 3$, 表示第 j 个发动机与航天器本体系 3 个坐标轴的夹角。然后利用姿态四元素计算坐标系转换矩阵得到:

$$\vec{a}_{in} = RM^T \cdot \vec{a}_{bo} \quad (1.5)$$

$\vec{a}_{in} = [a_x, a_y, a_z]$, 其中, a_x, a_y, a_z 分别为惯性系下推力的分量, RM 为本体系到惯性系的转换矩阵。

通过式(1.3), (1.4), (1.5)就得到某采样点时刻动量轮卸载的等效惯性系的加速度。那么在卸载时

间段内的总的等效加速度可以表示为:

$$\vec{a}_{in} = \sum_k \vec{a}_{in}(k) = \sum_k RM^T \cdot \vec{a}_{bo} \quad (1.6)$$

下面假定遥测数据采样点间隔 ΔT 为 8 秒, 根据仿真的遥测数据得到如下累积等效加速度 $\vec{a}_{in} = |\vec{a}_{in}|$ 的时间变化图和根据采样点间隔计算的等效加速度 $|\vec{a}_{in}(k)|$ 随时间的变化图。(x 轴表示星上时, 表示: 以 2004 年 1 月 1 日 0 时为起点的积秒(下同))

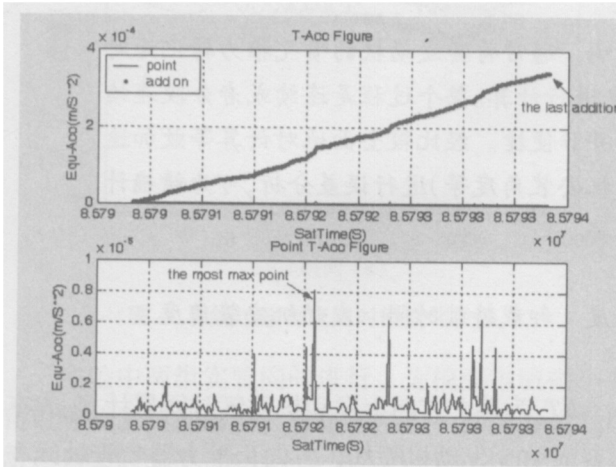


图 1 上图: 累积加速度随时间的变化曲线;
下图: 采样点等效加速度计算结果随时间的变化曲线

如图 1 所示采样点的加速度的极大值对应了累积等效加速度的斜率的极大值, 并且累积的等效加速度递增变化, 计算得卸载时间段内总的等效加速度为:

$$a_{in} = a_{bo} = 0.3412703E-03 \text{ m/s}^2$$

3 质量对计算等效加速度的影响

由式(1.3)可以看出, 等效加速度的大小与航天器质量密切相关。理论的等效加速度中没有考虑航天器的发动机喷气消耗的燃料质量, 下面就质量的不同取值计算航天器的等效加速度。

3.1 质量取发动机关机后的值计算等效加速度

由于式(1.3)的质量是发动机开机前, 也就是喷气卸载之前所取的质量, 如果计算等效加速度的质量取发动机关机之后的值, 那么计算所得到的结果:

$$a_{in} = 0.3415291E-03 \text{ m/s}^2$$

3.2 质量随发动机喷气变化计算等效加速度

前面计算等效加速度时均默认质量为一常数,

在实时计算效率上有一定的优势, 但并不能实时反映真实的质量状态, 具有一定的误差, 根据发动机喷气的时间计算消耗质量有:

$$\Delta m = \omega(\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4 + \Delta t_5 + \Delta t_6)$$

其中 Δm 是质量变化, ω 是常数, 表示燃料流率。将 $m' = m - \Delta m$ 代入到(1.3)计算。

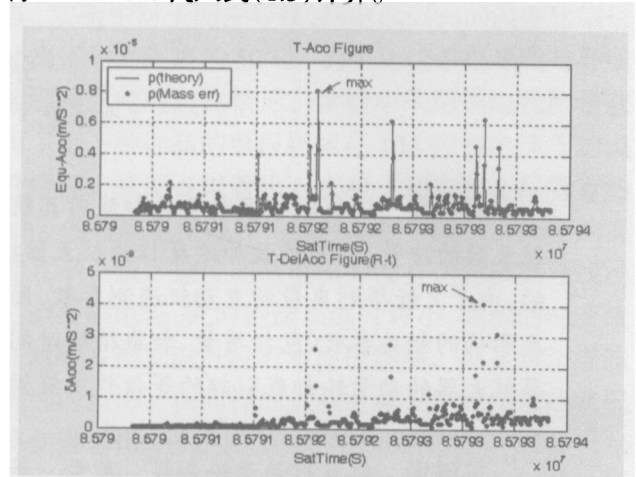


图 2 质量引起的计算等效加速度误差分布

如图 2 所示, 每一采样点间隔内计算的变质量的等效加速度 $a_{in}(k, m')$ 与理论的定质量 $a_{in}(k)$ 计算的结果偏差 $\delta a(k, m')$ 量级在 10^{-9} m/s^2 。因差值与每一点的加速度相关, 且等效加速度又与航天器质量和喷气时间相关, 随着质量的减少, $\delta a(k, m')$ 的变化如 2 下图有上升的趋势, 采样点加速度 $a_{in}(k, m')$ 与 $\delta a(k, m')$ 的峰值点在时间上不一致, 其中 $\delta a(k, m')$ 的峰值在卸载时间段的后端。通过计算得到质量变化产生的相对误差约为 10^{-4} 。

4 卸载持续时间判定对等效加速度的影响

由于动量轮卸载过程中, 遥测参数是离散的采样点, 判定卸载持续时间的误差会影响到计算等效加速度 $a_{in}(k, \Delta T_{scp})$, 卸载持续时间的计算按照脉冲计数判断, 如图 3 所示, 理论计算中是将实际卸载点前移到采样点。

实际情况中, $\Delta T_{scp}^R = T^E - T^F$, ΔT_{scp}^R 为实际卸载持续时间, T^E 为卸载开始时间, T^F 为卸载结束时间;

理论计算时, $\Delta T_{scp}^T = T_i^E - T_j^F$, ΔT_{scp}^T 为理论卸载持续时间, T_i^E 为卸载开始遥测采样点时间, T_j^F 为卸载结束遥测采样点时间。

从图 3 看出:

$$\min(\Delta T_{scp}^R) \leq \Delta T_{scp} \leq \max(\Delta T_{scp}^R)$$

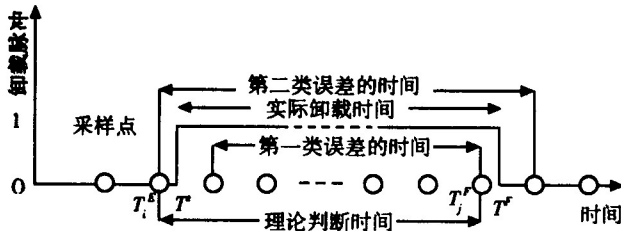


图 3 根据采样点的卸载脉冲判断卸载时间的误差

4.1 卸载持续时间取极小值

当发动机工作时段刚好卡在脉冲数为 1 的首尾两点之内, 卸载持续时间刚好少一个脉冲计数, ΔT_{scp}^R 取极小值 ΔT_{scp}^L , 即:

$$\Delta T_{scp}^L = (T_i^f - T_j^f) - \Delta T, (\Delta T \text{ 为一个采样间隔}) \quad (4.1)$$

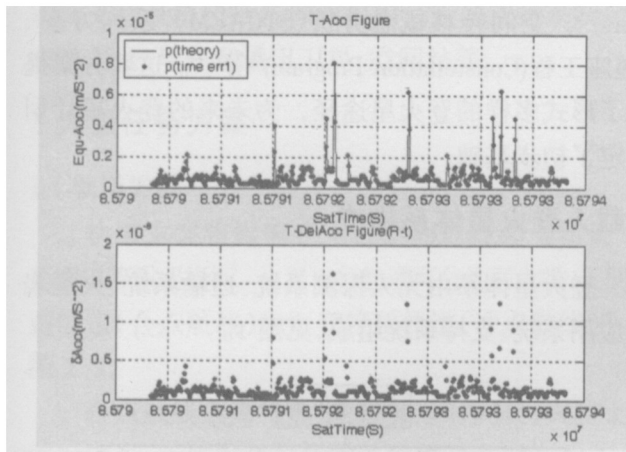


图 4 第一类卸载持续时间产生的误差分布图

代入式(1.3)计算的结果作图 4, 由图知每一点贡献的等效加速度 $a_{in}(k, \Delta T_{scp}^L)$ 与理论值 $a_{in}(k)$ 之差 $\delta a(k, \Delta T_{scp}^L)$ 量级在 10^{-8}m/s^2 。 $\delta a(k, \Delta T_{scp}^L)$ 与喷气时间累计 ΔT_d 成正比, 所以图中的采样点的等效加速度 $a_{in}(k, \Delta T_{scp}^L)$ 与 $\delta a(k, \Delta T_{scp}^L)$ 相对应, 通过计算得到这种情况下的相对误差为。

4.2 卸载持续时间取极大值

当发动机工作时段卡在脉冲数为 1 的首尾两点之外, 这时候卸载持续时间整好多一个脉冲计数, ΔT_{scp}^R 取极大值 ΔT_{scp}^U 。

$$\Delta T_{scp}^U = (T_i^f - T_j^f) + \Delta T \quad (4.2)$$

由于卸载持续时间比理论值大, 所以实测偏差

$\delta a(k, \Delta T_{scp}^U)$ 的值都小于零。通过计算得到相对误差为 10^{-3} 。

5 发动机安装角度的误差对等效加速度的影响

由于航天器的 10N 发动机六个安装方向上分别有两个发动机, 一个角度不能精确的描述两个发动机的安装位置, 由于喷气时间给出的是两个发动机的喷气时间之和, 故每个方向都取两个发动机角度 $a_{in}(k, b_{ij}^1)$ 的平均解算等效加速度。

$$b_{ij}^1 (b_{ij}^1 + b_{ij}^2) / 2 \quad (5.1)$$

代入式(1.3)计算得到每一采样点的等效加速度与理论值偏差 $\delta a(k, b_{ij}^1)$ 约为 -10^{-9}m/s^2 。

6 卸载过程中对等效加速度的综合分析

6.1 综合误差分析

在对等效加速度的各类误差逐一计算分析之后, 下面讨论它们对等效加速度的综合效应。在考虑第一类卸载时间误差的情况下, 由图 5 所示, 总的相对误差大约为 10^{-3} 量级。可见综合误差中第一类卸载时间误差对等效加速度的影响要大于其它因素, 从前面的分析也可知, 无论是第一类还是第二类卸载时间的误差比其它各类误差要大一个量级, 然而卸载时间的误差在实际情况中无法准确估计, 这里计算了它的最大误差估计。其次是质量带来的误差影响, 最后是安装角度的误差。

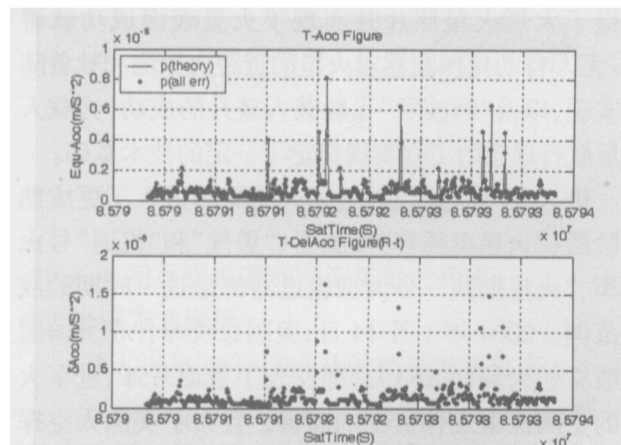


图 5 等效加速度的综合误差分布图

6.2 动量轮卸载产生的最大等效加速度

在估计动量轮卸载产生等效加速度的最大效应
(下转第 55 页)

```
for (i=0; i<100; i++)
```

```
{...}
```

在以上示例中, 四个处理器中的每个处理器将处理循环的 25 次迭代。

在 self 调度中, 每个参与处理的处理器处理固定次数的迭代(称为“块大小”), 直到循环的所有迭代均已处理完毕为止。

```
#pragma MP taskloop maxcpus(4)
```

```
#pragma MP taskloop schedtype(self(15))
```

```
for (i=0; i<100; i++)
```

```
{...}
```

在以上示例中, 分配给每个参与处理的处理器的迭代次数按工作请求顺序依次为:

15, 15, 15, 15, 15, 15, 10

在 guided self 引导自我调度中, 每个参与处理的处理器处理可变次数的迭代(称为“最小块大

小”),直到循环的所有迭代均已处理完毕为止。

7 建议

如果编译器并行化所花时间量占主体的程序部分会发生加速。例如, 如果并行化一个占用程序执行时间的百分之五的循环, 则总加速仅限于百分之五。然而, 根据工作量和并行执行开销的大小, 也可能程序没有任何改善。一般说来, 并行化的程序执行所占的比例越大, 加速的可能性就越大。每个并行循环均会在启动和关闭期间发生少量开销。启动开销包括工作分配代价, 关闭开销包括障碍同步代价。因此, 如果大量程序执行工作由许多短并行循环完成, 则整个程序可能减慢。编译器可以执行增大循环粒度的循环变换, 如循环交换和循环合并。所以尝试进行某些调节, 重新构造程序, 就可以从并行 C 中获益。◇

(上接第 13 页)

时, 假定每一个发动机都连续工作, 并且喷气时间都与遥测数据采样间隔一致, 那么得到的最大等效加速度的理论值为:

$$Acc_{max} = 0.01814052(m/s^2)$$

6.3 等效加速度连续状态积分计算

在实际情况下, 动量轮卸载均使用离散的遥测采样数据计算, 下面讨论等效加速度的解析解。如果发动机是连续工作, 那么将式(1.3)求和计算转换为卸载时间段内的连续积分计算, 假定一个发动机连续工作, 根据式(1.3)计算得:

$$a_{in} = 0.00405402(m/s^2)$$

同时将式(1.3)求和计算转换为卸载时间段内的连续积分计算, $\Delta T_d(t)$ 转化为时间的微分, $\Delta T_d(t) = dt$; $m(t)$ 是时间的一次函数, 令 $m(t) = M - \omega t$, 式(1.3)就可转化为:

$$\int_i \vec{a}_{in}(t) = \int_i RM^T \cdot \vec{a}_{bo}(t) = \int_i RM^T \cdot \frac{\vec{f}_{bo}}{m \cdot \Delta T_{scp}} dt \quad (5.1)$$

对(5.1)化简之后得到:

$$\dot{a}_{in} = \int_i a_{in}(t) = \int_i \frac{F}{m(t) \cdot \Delta T_{scp}} dt \quad (5.2)$$

通过(5.2)式计算可得 $\dot{a}_{in} = 0.00400095(m/s^2)$:

7 结束语

综上所述, 就航天器的动量轮卸载过程中的质量误差, 判断卸载时间误差, 对发动机角度误差进行了分析计算, 将计算精度提高到 10^{-4} 量级; 并根据遥测数据作了最大等效加速度的评估, 还对离散的遥测数据进行了连续性分析, 得到了动量轮卸载过程中比较全面的分析数据。如果还需要高精度, 通过姿态四元素计算航天器本体系到惯性坐标系的转换矩阵 RM^T 还有待进一步分析。◇

参 考 文 献

- [1] 刘林. 航天器轨道确定. 国防工业出版社. 2000
- [2] 章仁为. 卫星轨道姿态动力学与控制. 北京航空航天大学出版社. 2005
- [3] 周军. 航天器控制原理. 西北工业大学出版社. 2001
- [4] 无线电遥测遥控(上). 国防工业出版社. 2001